



Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»**

Воронежский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Кафедра математики, информационных систем и технологий

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Дифференциальные уравнения»
(приложение к рабочей программе дисциплины)

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) Информационные системы на транспорте

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная, заочная

Воронеж
2025

1. Перечень компетенций и этапы их формирования в процессе освоения дисциплины

Рабочей программой дисциплины «Дифференциальные уравнения» предусмотрено формирование следующих компетенций.

Таблица 1

Перечень компетенций и этапы их формирования в процессе освоения дисциплины

Код и наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1 Применение основных законов естественнонаучных и общетехнических дисциплин, связанных с профессиональной деятельностью	Знать: основы дифференциального и интегрального исчисления Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением дифференциального и интегрального исчисления. Владеть: навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности
	ОПК-1.2 Применение методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Знать: методы математического анализа и моделирования Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования. Владеть: навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
ОПК-8: Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем.	ОПК-8.1 Математическое моделирование сложных систем, анализ данных	Знать: методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей для сложных систем, методы анализа данных Уметь: применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике. Владеть: навыками математического моделирования сложных систем, анализа данных.

2. Паспорт фонда оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся

Таблица 2

Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства
1	Тема 1 Основные понятия теории дифференциальных уравнений (ДУ).	ОПК-1 ОПК-8	тест 1 зачет
2	Тема 2 Основные виды дифференциальных уравнений 1-го порядка.	ОПК-1 ОПК-8	тест 1 зачет
3	Тема 3 Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.	ОПК-1 ОПК-8	тест 1 зачет
4	Тема 4 Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.	ОПК-1 ОПК-8	тест 2 зачет
5	Тема 5 Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	ОПК-1 ОПК-8	тест 2 зачет
6	Тема 6 Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных и тригонометрических рядов.	ОПК-1 ОПК-8	тест 2 РГР зачет
7	Тема 7 Моделирование процессов с помощью ДУ и систем из двух уравнений.	ОПК-1 ОПК-8	практическое задание зачет
8	Тема 8 Моделирование процессов с помощью ДУ и систем из трёх уравнений.	ОПК-1 ОПК-8	практическое задание зачет
9	Тема 9 Уравнения математической физики.	ОПК-1 ОПК-8	практическое задание зачет

Таблица 3

Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания по дисциплине

Результат обучения по дисциплине	Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания по дисциплине				Процедура оценивания
	2	3	4	5	
	Не зачтено	Зачтено			
ОПК-1.1 Знать: основы дифференциального и интегрального исчисления	Отсутствие или фрагментарные представления об основах дифференциального и интегрального исчисления	Неполные представления об основах дифференциального и интегрального исчисления	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основах дифференциального и интегрального исчисления	Сформированные систематические представления об основах дифференциального и интегрального исчисления	Тестирование, зачет
ОПК-1.1 Уметь: решать	Отсутствие умений или	В целом удовлетворител	В целом удовлетворител	Сформированные умения	Тестирование, зачет

стандартные профессиональные задачи с применением дифференциального и интегрального исчисления.	фрагментарные умения решения стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.	ные, но не систематизированные умения решения стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.	ные, но содержащие отдельные пробелы умения решения стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.	разрабатывать и решать стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.	
ОПК-1.1 Владеть: навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности	Отсутствие владения или фрагментарные владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности	В целом удовлетворительные, но не систематизированные владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности	В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности	Сформированные владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности	Тестирование, РГР, зачет
ОПК-1.2 Знать: методы математического анализа и моделирования	Отсутствие или фрагментарные представления об основах математического анализа и моделирования	Неполные представления об основах математического анализа и моделирования	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основах математического анализа и моделирования	Сформированные систематические представления об основах математического анализа и моделирования	Тестирование, зачет
ОПК-1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования.	Отсутствие умений или фрагментарные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	В целом удовлетворительные, но не систематизированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	Сформированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	Тестирование, зачет
ОПК-1.2 Владеть: навыками применения	Отсутствие владения или фрагментарные владения	В целом удовлетворительные, но не систематизиро	В целом удовлетворительные, но содержащие	Сформированные владения навыками применения	Тестирование, РГР, зачет

методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	навыками владения навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	отдельные пробелы владения навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	
ОПК-8.1 Знать: методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей для сложных систем, методы анализа данных	Отсутствие или фрагментарные представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных	Неполные представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных	Сформированные систематические представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных	практическое задание
ОПК-8.1 Уметь: применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике	Отсутствие умений или фрагментарные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	В целом удовлетворительные, но не систематизированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	Сформированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	практическое задание
ОПК-8.1 Владеть: навыками математического моделирования сложных систем, анализа данных	Отсутствие владения или фрагментарные навыки математического моделирования сложных систем, анализа данных	В целом удовлетворительное, но не систематизированное владение навыками математического моделирования	В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками математического	Сформированные владения навыками математического моделирования сложных систем, анализа	практическое задание

		<i>сложных систем, анализа данных</i>	<i>го моделирования сложных систем, анализа данных</i>	<i>данных</i>	
--	--	---	--	---------------	--

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Письменный опрос

Текущий контроль по дисциплине «Дифференциальные уравнения» проводится в форме письменного опроса по следующим темам:

Тема 1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка.
2. Общее и частное решение, общий и частный интеграл.
3. Интегральная кривая. Особое решение.
4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Тема 2. Основные виды дифференциальных уравнений 1-го порядка.

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Тема 3. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

1. Теорема Пикара.
2. Три случая понижения порядка.

Тема 4. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка..

1. Свойство линейной комбинации решений.
2. Определитель Вронского.
3. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения. Общее решение

Тема 5. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

1. Метод Эйлера. Характеристическое уравнение.
2. Метод неопределённых коэффициентов.
3. Метод вариации произвольной постоянной.

Тема 6. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных и тригонометрических рядов.

1. Два способа интегрирования дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
2. Свободные и вынужденные колебания груза, подвешенного на пружине.

Тема 7. Моделирование процессов в помощью ДУ и систем из двух уравнений.

Дифференциальные уравнения, моделирующие развитие популяций систем дифференциальных уравнений.

Точки равновесия. Фазовые кривые, фазовые портреты.

Нелинейная динамика взаимодействующих популяций.

Тема 8. Моделирование процессов в помощью ДУ и систем из трёх уравнений.

1. Применение нелинейных систем для моделирования эпидемий в обществе.
2. Модель развития эпидемии вирусного заражения компьютеров. Моделирование каскадов химических процессов системами разностных дифференциальных уравнений.
3. Трёхмерные фазовые портреты.
4. Система уравнений Лоренца, описывающая состояние погоды.

Тема 9. Уравнения математической физики.

1. Дифференциальное уравнение малых колебаний струны.
2. Интегрирование волнового уравнения способом Даламбера.
3. Решение волнового уравнения способом Фурье.
4. Решение телеграфного уравнения методом Фурье.
5. Решение уравнения теплопроводности для неограниченного стержня.

Таблица 4

Показатели, критерии и шкала оценивания письменных ответов

Критерии оценивания	Показатели и шкала оценивания			
	5	4	3	2
полнота и правильность ответа	обучающийся полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий	обучающийся достаточно полно излагает материал, однако допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого	обучающийся демонстрирует знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил	обучающийся демонстрирует незнание большей части соответствующего вопроса
степень осознанности, понимания изученного	обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные	присутствуют 1-2 недочета в обосновании своих суждений, количество приводимых примеров ограничено	не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры	допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл
языковое оформление ответа	излагает материал последовательно и правильно с точки	излагает материал последовательно, с 2-3 ошибками в	излагает материал непоследовательно и допускает много	беспорядочно и неуверенно излагает материал

	зрения норм литературного языка	языковом оформлении	ошибок в языковом оформлении излагаемого	
--	---------------------------------------	------------------------	--	--

Расчетно-графическая работа

Текущий контроль по дисциплине дифференциальные уравнения проводится в форме расчетно-графической работы (задания).

Решите дифференциальные уравнения.

$$1) y' = (1 + y^2)x^2;$$

$$2) y' = \frac{x + 4y}{x - 4y};$$

$$3) (x + 1)y' - y = (x + 1)^2;$$

$$4) y' - \frac{2xy}{1 + x^2} = y^2(1 + x^2);$$

Решите задачу Коши.

$$5. (\cos 2y \cos^2 y - x)y' = \sin y \cos y, \quad y|_{x=1/4} = \pi/3.$$

$$6. (x \cos^2 y - y^2)y' = y \cos^2 y, \quad y|_{x=\pi} = \pi/4.$$

$$7. e^{y^2} (dx - 2xydy) = ydy, \quad y|_{x=0} = 0.$$

Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$8. [\sin 2x - 2 \cos(x + y)]dx - 2 \cos(x + y)dy = 0.$$

$$9. (xy^2 + x/y^2)dx + (x^2y - x^2/y^3)dy = 0.$$

$$10. \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4} \right) dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0.$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения, понизив его порядок.

$$11) x^2 y'' = y'^2;$$

$$12) y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctg} x;$$

$$13) (1 + e^x) y'' = e^x y';$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения второго порядка, понизив его порядок.

$$14) y''(1 + y) = y'^2 + y';$$

$$15) y'' + \frac{2}{1-y} y'^2 = 0;$$

$$16) 4y'' - y'^2 = 0;$$

$$17) y(1 - \ln y) y'' + (1 + \ln y) y'^2 = 0.$$

Найдите решение задачи Коши.

$$18. y'' = 32y^3, \quad y(4) = 1, \quad y'(4) = 4.$$

$$19. y'' y^3 + 16 = 0, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 2.$$

$$20. y'' + 32 \sin y \cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 4.$$

Решите линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

$$21. \text{ а) } y'' - 7y' + 10y = 0, \quad \text{ в) } y'' + 10y' + 34y = 0,$$

$$\text{ б) } y'' + 16y' + 64y = 0, \quad \text{ г) } y^{IV} - 81 = 0;$$

Найдите вид частного решения $y(x)$ неоднородных дифференциальных уравнений со специальной правой частью.

$$22. \text{ а) } y'' + 6y' + 8y = x e^{3x} - (x^2 + 1) e^{-4x} + x^2 \cos x,$$

$$\text{ б) } y'' + 25y = (x^3 - x) e^x + (x^2 - 1) \sin 5x + \\ + ((4x - 3) \cos x + (x^2 - 5x) \sin x) e^{2x};$$

Решите задачу Коши.

$$23) y'' + 2y' = -\sin x + 2 \cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1;$$

$$24) y'' + 9y = 7(\sin 4x - \cos 4x), \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1;$$

$$25) y'' - 4y' + 8y = 12 \sin 2x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0;$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$26. y''' + y'' = 12x^2 + 18x - 6.$$

$$27. y''' - 2y'' = 24x^2 - 24x - 4.$$

$$28. y''' - 13y'' + 12y' = 24x - 50.$$

$$29. y^{IV} + y''' = 24x + 24.$$

$$30) y'' + 4y = 8 \operatorname{ctg} 2x;$$

$$31) y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1 + e^{-2x}};$$

$$32) y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1};$$

$$33) y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{-3x}};$$

Решите системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

$$34) \begin{cases} x' = -x + 2y, \\ y' = -4x + 5y; \end{cases} \quad \begin{cases} x' = 5x - 2y, \\ y' = 13x + 3y; \end{cases}$$

$$35) \begin{cases} x' = 5x + 3y, \\ y' = x + 3y; \end{cases} \quad \begin{cases} x' = 7x - 5y, \\ y' = 5x - 3y; \end{cases}$$

$$36) \begin{cases} x' = 7x - 4y, \\ y' = 4x - 3y; \end{cases} \quad \begin{cases} x' = -x + 3y, \\ y' = -3x + 5y; \end{cases}$$

$$37) \begin{cases} x' = -x + 2y, \\ y' = 2x - y; \end{cases} \quad \begin{cases} x' = 4x - 5y, \\ y' = x + 2y; \end{cases}$$

$$38) \begin{cases} x' = 3x + 2y, \\ y' = 2x + 3y; \end{cases} \quad \begin{cases} x' = 5x - 4y, \\ y' = 4x - 3y; \end{cases}$$

$$39) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + y - e^{2t}, \\ \frac{dy}{dt} = y - 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x + 3y, \\ \frac{dy}{dt} = 3y - 3t + 1; \end{cases}$$

$$40) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y + t, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 4y; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x + 3y + e^{-5t}, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 5y; \end{cases}$$

$$41) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + y + e^t; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y + e^{7t}, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 3y; \end{cases}$$

$$42) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y + 2e^{2t}, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + 4y + e^t, \\ \frac{dy}{dt} = -4x + 7y; \end{cases}$$

Критерии оценивания:

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности, понимания изученного;
- языковое оформление ответа.

**Показатели и шкала оценивания выполнения
расчетно-графической работы (задания)**

Оценка	Показатели
5	– Содержание ответа в целом соответствует теме задания. Продemonстрировано знание фактического материала, отсутствуют фактические ошибки. – Продemonстрировано уверенное владение понятийно-терминологическим аппаратом дисциплины (уместность употребления, аббревиатуры, толкование и т.д.), отсутствуют ошибки в употреблении терминов. Показано умелое использование категорий и терминов дисциплины в их ассоциативной взаимосвязи. Продemonстрировано умение аргументированно излагать собственную точку зрения. Видно уверенное владение освоенным материалом, изложение сопровождается адекватными иллюстрациями (примерами) из практики. – Ответ четко структурирован и выстроен в заданной логике. Части ответа логически взаимосвязаны. Отражена логическая структура проблемы (задания): постановка проблемы - аргументация - выводы. Объем ответа укладывается в заданные рамки при сохранении смысла. – Высокая степень самостоятельности, оригинальность в представлении материала: стилистические обороты, манера изложения, словарный запас. Отсутствуют стилистические и орфографические ошибки в тексте. Работа выполнена аккуратно, без помарок и исправлений.
4	– Содержание ответа в целом соответствует теме задания. Продemonстрировано знание фактического материала, встречаются несущественные фактические ошибки. – Продemonстрировано владение понятийно-терминологическим аппаратом дисциплины, отсутствуют ошибки в употреблении терминов. Показано умелое использование категорий и терминов дисциплины в их ассоциативной взаимосвязи. Продemonстрировано умение аргументированно излагать собственную точку зрения. Изложение отчасти сопровождается адекватными иллюстрациями (примерами) из практики. – Ответ в достаточной степени структурирован и выстроен в заданной логике без нарушений общего смысла. Части ответа логически взаимосвязаны. Отражена логическая структура проблемы (задания): постановка проблемы - аргументация - выводы. Объем ответа незначительно превышает заданные рамки при сохранении смысла. – Достаточная степень самостоятельности, оригинальность в представлении материала. Встречаются мелкие и не искажающие смысла ошибки в стилистике, стилистические штампы. Есть 1-2 орфографические ошибки. Работа выполнена аккуратно, без помарок и исправлений.
3	– Содержание ответа в целом соответствует теме задания. Продemonстрировано удовлетворительное знание фактического материала, есть фактические ошибки (25-30%). – Продemonстрировано достаточное владение понятийно-терминологическим аппаратом дисциплины, есть ошибки в употреблении и трактовке терминов, расшифровке аббревиатур. Ошибки в использовании категорий и терминов дисциплины в их ассоциативной взаимосвязи. Нет собственной точки зрения либо она слабо аргументирована. Примеры, приведенные в ответе в качестве практических иллюстраций, в малой степени соответствуют изложенным теоретическим аспектам. – Ответ плохо структурирован, нарушена заданная логика. Части ответа разорваны логически, нет связей между ними. Ошибки в представлении логической структуры проблемы (задания): постановка проблемы - аргументация - выводы. Объем ответа в существенной степени (на 25-30%) отклоняется от заданных рамок. – Текст ответа примерно наполовину представляет собой стандартные обороты и фразы из учебника/лекций. Обилие ошибок в стилистике, много стилистических штампов. Есть 3-5 орфографических ошибок. Работа выполнена не очень аккуратно, встречаются помарки и исправления.
2	– Содержание ответа не соответствует теме задания или соответствует ему в очень малой степени. Продemonстрировано крайне низкое (отрывочное) знание фактического материала, много фактических ошибок - практически все факты (данные) либо искажены, либо неверны.

	– Продемонстрировано крайне слабое владение понятийно-терминологическим аппаратом дисциплины (неуместность употребления, неверные аббревиатуры, искаженное толкование и т.д.), присутствуют многочисленные ошибки в употреблении терминов. Показаны неверные ассоциативные взаимосвязи категорий и терминов дисциплины. Отсутствует аргументация изложенной точки зрения, нет собственной позиции. Отсутствуют примеры из практики либо они неадекватны. – Ответ представляет собой сплошной текст без структурирования, нарушена заданная логика. Части ответа не взаимосвязаны логически. Нарушена логическая структура проблемы (задания): постановка проблемы - аргументация - выводы. Объем ответа более чем в 2 раза меньше или превышает заданный. – Текст ответа представляет полную кальку текста учебника/лекций. Стилистические ошибки приводят к существенному искажению смысла. Большое число орфографических ошибок в тексте (более 10 на страницу). Работа выполнена неаккуратно, с обилием помарок и исправлений.
--	--

Практическое задание

Решить задачи, используя математическую модель – обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка.

1. Найти кривую, проходящую через точку (2; 16), зная, что угловой коэффициент касательной в любой точке кривой в три раза больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту же точку с началом координат.

2. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (4; 1), для которой отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат.

3. Кривая проходит через точку с координатами (0; -2) и обладает тем свойством, что тангенс угла наклона касательной в любой её точке равен ординате этой точки, увеличенной на три единицы. Найти уравнение этой кривой.

Решить задачи, используя математическую модель – обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка.

1. Материальная точка массы m движется по оси Ox под действием восстанавливающей силы, направленной к началу координат и пропорциональной расстоянию движущейся точки от начала (коэффициент пропорциональности в 4 раза больше массы точки). Среда, в которой происходит движение, оказывает сопротивление, пропорциональное скорости движения точки (коэффициент пропорциональности равен массе материальной точки). Найти закон движения.

2. Материальная точка массой m движется по прямой, притягиваемая к неподвижному центру силой, прямо пропорциональной расстоянию точки от центра притяжения. Сопротивление среды отсутствует. Определить закон движения точки, если в начальный момент времени положение точки от центра притяжения $x(0) = 20$ м, начальная скорость $x'(0) = 5$ м/с. (Указание: центр притяжения поместить в начало координат, коэффициент пропорциональности взять равным $k = 2m$).

3. Материальная точка массой 1 кг движется по прямой из пункта А в пункт В под действием постоянной силы $F = 2$ Н. Сопротивление среды

пропорционально расстоянию тела от точки В и в начальный момент времени равно $f = 1$ Н. Начальная скорость точки равна нулю. Определить закон движения точки. (Указание: рассмотреть функцию $x(t)$ – координата точки в момент времени t).

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточная аттестация – Зачет

Вопросы к зачету

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общее и частное решение, общий и частный интеграл. Интегральная кривая. Особое решение. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Теорема Пикара. Три случая понижения порядка.
4. Свойство линейной комбинации решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения. Общее решение.
5. Свойство линейной комбинации решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения. Общее решение.
6. Метод Эйлера. Характеристическое уравнение. Метод неопределённых коэффициентов. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Два способа интегрирования дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Свободные и вынужденные колебания груза, подвешенного на пружине.
8. Дифференциальные уравнения, моделирующие развитие популяций. Система дифференциальных уравнений. Точки равновесия. Фазовые кривые, фазовые портреты. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций.
9. Применение нелинейных систем для моделирования эпидемий в обществе. Модель развития эпидемии вирусного заражения компьютеров. Моделирование каскадов химических процессов системами разностных дифференциальных уравнений. Трёхмерные фазовые портреты. Система уравнений Лоренца, описывающая состояние погоды.
10. Дифференциальное уравнение малых колебаний струны. Интегрирование волнового уравнения способом Даламбера. Решение волнового уравнения способом Фурье. Решение телеграфного уравнения методом Фурье. Решение уравнения теплопроводности для неограниченного стержня.
11. Решение телеграфного уравнения методом Фурье. Решение уравнения теплопроводности для неограниченного стержня.

Таблица 5

Показатели, критерии и шкала оценивания письменных ответов на зачете

Критерии оценивания	Показатели и шкала оценивания	
	зачтено	не зачтено

текущая аттестация	выполнение требований по текущей аттестации в полном объеме	невыполнение требований по текущей аттестации
полнота и правильность ответа	обучающийся полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий	обучающийся демонстрирует незнание большей части соответствующего вопроса, излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил
степень осознанности, понимания изученного	демонстрирует понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные	допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл
языковое оформление ответа	излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка	беспорядочно и неуверенно излагает материал, допускает много ошибок в языковом оформлении излагаемого

При обучении с применением дистанционных технологий и электронного обучения промежуточная аттестация проводится в форме компьютерного тестирования в СДО. Оценивание компетентности обучаемого по установленным для дисциплины индикаторам может осуществляться с помощью банка заданий, включающих тестовые задания пяти типов:

- 1 – открытого типа;
- 2 – выбор одного правильного варианта из предложенных вариантов ответов;
- 3 – выбор 2-3 правильных вариантов из предложенных вариантов ответов;
- 4 – установление правильной последовательности в предложенных вариантах ответов;
- 5 – установление соответствия между двумя множествами вариантов ответов).

Компетенция ОПК-1:

Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Индикаторы

ОПК-1.1 Применение основных законов естественнонаучных и общетехнических дисциплин, связанных с профессиональной деятельностью

Тип задания	Примеры тестовых заданий
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Основные понятия теории дифференциальных уравнений
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Дифференциальные уравнения первого порядка

1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Дифференциальные уравнения высших порядков
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Линейные дифференциальные уравнения
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Системы дифференциальных уравнений
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Существование решения задачи Коши
1	Какого порядка дифференциальное уравнение $x^2 (y'')^4 + (x-1)(y')^5 - x + 3 = 0$.
2	Выберите один правильный вариант из предложенных вариантов ответов. Выберите уравнение, которое имеет решение в параметрическом виде: 1) $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$; 2) $y = 2xy' - 4(y')^3$; 3) $y' - 2\frac{y}{x} = 7y^3 x$; 4) $\frac{dy}{\sqrt{x+3}} = \frac{dx}{(5y-2)^3}$;
3	Выберите правильные варианты из предложенных вариантов ответов. Чтобы уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = F(x)$ было неоднородным уравнением с постоянными коэффициентами, необходимо, чтобы: 1) Функции $a_1, a_2, \dots, a_n$ представляли собой многочлены; 2) $a_1, a_2, \dots, a_n$ - это константы; 3) Правая часть уравнения $F(x) = 0$; 4) Правая часть уравнения $F(x) \neq 0$
4	Установите правильную последовательность ответов. Расположите дифференциальные уравнения в следующем порядке 1 - уравнение с разделяющимися переменными, 2- однородное уравнение, 3 - линейное уравнение, 4- уравнение Бернулли. 1) $y' + xy = xy^3$; 2) $yy' = 2y - x$; 3) $y' - x = \frac{3y}{x}$; 4) $x^2 y' = y^2 + xy$;
5	Установите соответствие между двумя множествами вариантов ответов: Установите соответствие между правыми частями дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и видами их правых частей. 1) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - корень характеристического уравнения кратности 1) 2) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - корень характеристического уравнения кратности 2) 3) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - корень характеристического уравнения кратности 3) 4) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - не является корнем характеристического уравнения) а) $y = (Ax + B) e^{5x}$; б) $y = \{ Ax^3 + Bx \} e^{5x}$; в) $y = Ax^3 e^{5x}$; г) $y = Ae^{5x}$;

Компетенция ОПК-1:

Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Индикаторы ОПК-1.2

Применение методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

Тип задания	Примеры тестовых заданий
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Что такое однородные дифференциальные уравнения первого порядка
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Дифференциальные уравнения первого порядка
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Дифференциальные уравнения высших порядков
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Оператор Вронского
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Линейные однородные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) с постоянными коэффициентами
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Существование решения задачи Коши
1	Какого порядка дифференциальное уравнение $x^2 (y'')^4 + (x-1)(y')^5 - x + 3 = 0$.
2	Выберите один правильный вариант из предложенных вариантов ответов. Решите задачу Коши $y'' = 2x, y(0) = 1, y'(0) = 0$. А. $y = x^2 + 3$; Б. $y = \frac{x^3}{6} + 2x + 1$; В. $y = \frac{x^3}{3} + x + 1$; Г. $y = \frac{x^3}{3} + 1$; Д. $y = 2x^2 + 5x + 1$.
3	Выберите правильные варианты из предложенных вариантов ответов. Чтобы уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = F(x)$ было неоднородным уравнением с постоянными коэффициентами, необходимо, чтобы: 1) Функции $a_1, a_2, \dots, a_n$ представляли собой многочлены; 2) $a_1, a_2, \dots, a_n$ - это константы; 3) Правая часть уравнения $F(x) = 0$; 4) Правая часть уравнения $F(x) \neq 0$

4	Установите правильную последовательность ответов. Расположите дифференциальные уравнения в следующем порядке 1 - уравнение с разделяющимися переменными, 2- однородное уравнение, 3 - линейное уравнение, 4- уравнение Бернулли. 1) $y' + xy = xy^3$; 2) $yy' = 2y - x$; 3) $y' - x = \frac{3y}{x}$; 4) $x^2 y' = y^2 + xy$;
5	Установите соответствие между двумя множествами вариантов ответов: Установите соответствие между правыми частями дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и видами их правых частей. 5) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - корень характеристического уравнения кратности 1) 6) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - корень характеристического уравнения кратности 2) 7) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - корень характеристического уравнения кратности 3) 8) $F(x) = e^{5x}$ (число 5 - не является корнем характеристического уравнения) а) $y = (Ax + B) e^{5x}$; б) $y = (Ax^3 + Bx) e^{5x}$; в) $y = Ax^3 e^{5x}$; г) $y = Ae^{5x}$;

Компетенция ОПК-8:

Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем.

Индикаторы ОПК-8.1

Математическое моделирование сложных систем, анализ данных

Тип задания	Примеры тестовых заданий
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Основные понятия теории дифференциальных уравнений
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Дифференциальные уравнения первого порядка
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Дифференциальные уравнения высших порядков
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Линейные дифференциальные уравнения
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Системы дифференциальных уравнений
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Существование решения задачи Коши
1	Дайте развернутый ответ в нескольких предложениях. Теория линейных систем
1	Решите задачу Коши. $y^2 dx + \left(x + e^{2/y} \right) dy = 0, \quad y _{x=e} = 2.$

2	Выберите один правильный вариант из предложенных вариантов ответов. Чтобы разделить переменные в уравнении $\frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{dx}{y^3}$ требуется обе его части: возвести в квадрат; 1) разделить на $\sqrt{x}y^3$; 2) умножить на $\sqrt{x}$ и разделить на y^3; 3) умножить на $\sqrt{x}y^3$; 4) возвести в квадрат;
3	Выберите правильные варианты из предложенных вариантов ответов. Укажите однородные уравнения 1. $\frac{y'}{\cos x} = \frac{y}{\ln y + 1}$; 2. $y' = \frac{x + y}{x - 2y}$; 3. $(2x^2 + xy + y^2)dx - x^2dy = 0$; 4. $y' - \frac{y}{2x} = x$;
4.	Установите правильную последовательность ответов. Расположите дифференциальные уравнения по возрастанию их порядка: 1) $x^2(y''')^4 - (x-1)(y')^5 - x + 3 = 0$; 2) $y^{(4)} + y' - x = 0$; 3) $y'' + 2y' - 3y = x^5 + 1$; 4) $y' - 3x^2 = 0$;
5.	Установите соответствие между двумя множествами вариантов ответов: 1) $y'' - 2y + y = 0$; 2) $y'' = 0$; 3) $y'' + y = 0$; 4) $x^2y'' - xy' + y = 0$; а) $y = C_1 \cos(x) + C_2 \sin(x)$; б) $y = C_1x + C_2x \ln(x)$; в) $y = C_1 + C_2x$; г) $y = C_1e^x + C_2xe^x$;

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Плаксицкий А. Б.

Зав. кафедрой: к.ф.-м.н., доцент Черняева С. Н.